基礎数理（問題）

問題1．次の（1）から（7）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。なお、必要であれば末尾の数表を用いよ。（20点）

（1）確率変数X,Yの同時密度関数は

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

である。

この時

条件付き平均$E[Y|X]=$ $\boxed{\quad ① \quad}$

条件付き分散$V[Y|X]=$ $\boxed{\quad ② \quad}$

（ア）$\dfrac{3X+2}{6}$　（イ）$\dfrac{4X+3}{12}$　（ウ）$\dfrac{X(3X+2)}{6}$　（エ）$\dfrac{5-9X^2}{36}$　（オ）$\dfrac{X^2(4X+3)}{12}$

（カ）$\dfrac{3X+2}{3(2X+1)}$　（キ）$\dfrac{3X+2}{18(2X+1)}$　（ク）$\dfrac{4X+3}{6(2X+1)}$　（ケ）$\dfrac{X^2(5-9X^2)}{36}$　（コ）$\dfrac{6X^2+6X+1}{18(2X+1)^2}$

（2）母数θを持つ母集団からの統計量Xは次の確率密度関数に従う。

$$f(x)=\begin{cases} kx^{\theta} & (0\le x\le 1) \\ 0 & (x<0 \quad or \quad x>1) \end{cases}$$

ここに、kは定数である。$x>0.9$の区間を棄却域として、帰無仮説H_0: $\theta=1$が検定されるとき、第1種の誤りの起こる確率は $\boxed{\quad ① \quad}$ である。

また、対立仮説H_1: $\theta=4$の場合に、第2種の誤りの起こる確率は $\boxed{\quad ② \quad}$ である。

①および②の答えに最も近いものを以下の選択肢よりそれぞれ選べ。

（ア）0.10　（イ）0.19　（ウ）0.25　（エ）0.36　（オ）0.59

（カ）0.65　（キ）0.75　（ク）0.90

（3）AR(1)モデル$Y_t = a + bY_{t-1} + \varepsilon_t$に関する記述について、次の中から正しいものをすべてあげよ。
ただし、$E(\varepsilon_t) = 0, V(\varepsilon_t) = \sigma^2$とする。なお、正しいものは少なくとも1つは存在する。

（ア） 定常性の条件は、$|b|<1$である。

（イ） 定常であるとき、$E(Y_t) = \dfrac{ab}{1-b}$である。

（ウ） 定常であるとき、時差0の自己共分散は、$\dfrac{\sigma^2}{1-b^2}$である。

（エ） 定常であるとき、時差1の自己相関は、b^2である。

（4）借入金利率 i%で借りた金額を、8年間で積立金利率4.00%の減債基金(注)を積み立てて返済することとした。ところが、借入者は第5年度の年度末に減債基金の積立金と一時金とで、借入金を完済することとした。この結果、実質的な借入金利率は3.10%となった。借入金利率 i%に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、借入金利息の返済と減債基金の積み立ては、年1回その年度末に行われ、第5年度については、借入金利息の返済と減債基金の積み立ては行っていない。必要ならば、次の表の数値を用いよ。

利率	$a_{\overline{4}\rvert}$	$\ddot{s}_{\overline{4}\rvert}$	$s_{\overline{8}\rvert}$	v^5
3.10%	3.7082	4.3198	8.9240	0.8584
4.00%	3.6299	4.4163	9.2142	0.8219

(注) 減債基金とは、元金の返済をせずにその年度の利息のみを返済する一方、元金返済のため一定額を別に積み立てたときの積立金のことをいう。

（ア）3.30%　（イ）3.35%　（ウ）3.40%　（エ）3.45%　（オ）3.50%

（5）$\mu_x = \dfrac{1}{100-x}$ $(0 \le x < 100)$であるとき、最大の値となるものは次のうちどれか。

（ア）${}_{4|2}q_{50}$　（イ）$\dfrac{1}{{}_{1|}e_{50}}$　（ウ）$2 \times {}_2m_{50}$　（エ）${}_2q_{52}$　（オ）$\dfrac{1}{{}_{1|}\mathring{e}_{50}}$

（6）ある集団が原因A、Bによって減少していく2重脱退残存表を考える。ここで各脱退はそれぞれ独立に発生し、一年を通じて一様に発生するものとする。

この2重脱退残存表における残存者数が $l_x = l_0 - n \times x$ $\left(0 \le x \le \frac{l_0}{n}, n \ne 0\right)$ で表され、かつ各年齢における原因Bによる脱退率 q_x^B が、原因Aによる脱退率 q_x^A の5倍という関係にあるとする。このとき、原因Aによる絶対脱退率 q_x^{A*} は、$q_x^{A*} = 1 - \frac{l_x - k_1 n}{l_x - k_2 n}$ と表される。$\frac{k_1}{k_2}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）$\frac{6}{5}$　（イ）$\frac{7}{5}$　（ウ）$\frac{8}{5}$　（エ）$\frac{9}{5}$　（オ）$\frac{10}{5}$

（7）A_x ＝0.6498、A_{x+1} ＝0.6549、予定利率 i ＝2.0%のとき p_x の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.933　（イ）0.944　（ウ）0.955　（エ）0.966　（オ）0.977

問題２．次の（１）から（８）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、必要であれば末尾の数表を用いよ。（48 点）

（１）確率変数 X_1, X_2, X_3 が独立で、共に区間 $[0,1]$ 上の一様分布に従うとき、
$Y = \min(X_1, X_2, X_3)$ の確率密度関数は $f(y) =$ [①] $(0 \le y \le 1)$ である。

４人でじゃんけんをするとき、あいこになる確率は [②] である。

ある病気を発見するために、医者は検査を行う。その検査では、この病気にかかっている場合の99% について陽性の結果を得る。しかし、この病気にかかっていない場合も、2% は陽性の結果を得る。1,000 人のうち 1人がこの病気にかかっていることがわかっているとき、検査で陽性の結果を示した者が、この病気にかかっている確率は [③] となる。

（②と③は既約分数で解答せよ。）

（２）ある保険会社が１年間に新規に獲得する期間１年の保険契約の件数は、平均 r $(r > 0)$ のポアソン分布に従っている。それぞれの契約は１年ごとの確率 p $(0 < p < 1)$ でそれぞれ独立に更新されていく。
ただし、更新時以外での契約の消滅はないものとする。
この保険会社が保険を発売してから十分な時間がたっているとき、この会社の保有する契約の件数の分布を求めその平均値を求める。

新規契約の件数を X_0 とおくと X_0 は平均 r のポアソン分布に従っている。
１回更新された件数を X_1 とおくと、更新率は p でそれぞれの契約は独立であるから、

$$P(X_1 = x) = \sum_{t=x}^{\infty} \boxed{\quad ① \quad} {}_tC_x p^x (1-p)^{t-x} = \boxed{\quad ② \quad}$$

n 回更新された件数を X_n とおくと、

$$P(X_n = x) = \sum_{t=x}^{\infty} P(X_{n-1} = t) \, {}_tC_x p^x (1-p)^{t-x} = \boxed{\quad ③ \quad}$$

十分に時間が経った後の保有契約件数を Z とおくと

$Z = X_0 + X_1 + X_2 + \cdots + X_n + \cdots$

$E[Z] =$ [④]

（3）クレーム額 $X_1, X_2, \cdots$ が独立で確率密度関数

$f(x) = P(X = x) = \dfrac{ap^x}{x} \quad x = 1,2,\cdots$; $a = -\dfrac{1}{\log(1-p)}$; $(0 < p < 1)$ に従い、

クレーム件数 N は $X_1, X_2, \cdots$ と独立でパラメータ λ のポアソン分布に従うものとする。

X の確率母関数は $P_X(t) = \sum_{x=1}^{\infty} t^x \dfrac{ap^x}{x} = a \times [$ ① $]$ である。

N の確率母関数を $P_N(t)$ とすると、クレーム総額 S の確率母関数は $e^{-\lambda} = (1-p)^{\lambda a}$ を使って

$P_S(t) = P_N(P_X(t)) = \exp[$ ② $] = (1-p)^{\lambda a} \times$ ③

これは負の二項分布 $NB($ ④ , ⑤ $)$ の確率母関数であるから、

クレーム総額 S は負の二項分布 $NB($ ④ , ⑤ $)$ に従う。

（4）ある都市Aの１０日間の最低気温は

21.8　22.4　22.7　24.5　25.9　24.9　24.8　25.3　25.2　24.6　(℃)

であった。以下、正規母集団を仮定すると、

母平均 μ_A の信頼係数９９％の信頼区間は[① , ②]となる。

母分散 σ^2 の信頼係数９５％の信頼区間は[③ , ④]となる。

また、都市Ｂの同時期の最低気温は

22.1　25.3　23.3　25.2　25.3　24.9　24.9　24.9　24.9　24.0　(℃)

であった。２標本問題としたとき、都市Ａと都市Ｂの平均最低気温の差 $\mu = \mu_A - \mu_B$ の信頼係数

９５％の信頼区間は [⑤ , ⑥]となる。（２つの母分散は等しいと仮定する。）

なお、数値はいずれも小数第３位を四捨五入せよ。

（5）ある自動車工場で、作業能率を向上させるべく作業手順の見直しを行った結果、見直し後6ヶ月間の生産台数は以下のようになった。

2,100　1,900　2,300　1,900　1,900　2,200（台）

作業手順の見直しが効果を上げているといえるか有意水準5％で検定したところ、効果を上げているといえる結果になった。なお、検定にあたり、生産台数の分布は正規分布に従っているものとした。

見直し前の平均生産台数は1ヶ月あたり整数で何台以下であったといえるか、以下の手順で求めたい。

見直し前の平均生産台数が1ヶ月あたり X 台であったとする。

帰無仮説 $H_0: \mu = X$、対立仮説 $H_1: \mu > X$ とおく。

標本平均を $\bar{x}$、標本標準偏差を s とおくと、$\boxed{①} < \bar{x}$ ならば H_0 は棄却される。

$\bar{x} = \boxed{②}$、$s = \boxed{③}$（小数第3位を四捨五入）であるから、H_0 が棄却されるためには、見直し前の平均生産台数は1ヶ月あたり $\boxed{④}$ 台以下であったといえる。

なお、①は次の選択肢から選択すること。ただし、$\chi_n^2(\varepsilon)$ は自由度 n の χ^2 分布の上側 ε 点であり、$t_n(\varepsilon)$ は自由度 n の t 分布の上側 ε 点である。

(ア) $X + \chi_6^2(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{6}}$　(イ) $X + \chi_5^2(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{5}}$　(ウ) $X + t_6(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{6}}$　(エ) $X + t_5(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{5}}$

(オ) $X - \chi_6^2(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{6}}$　(カ) $X - \chi_5^2(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{5}}$　(キ) $X - t_6(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{6}}$　(ク) $X - t_5(0.05)\dfrac{s}{\sqrt{5}}$

（6）区間[0, 1]上にランダムに n 個の点をとる。最小の点から最大の点までの長さの期待値を以下の手順で求めたい。

確率密度関数が $f(x)$ である分布をもつ母集団から n 個の標本値をとり、最小の点から最大の点までの長さを r とする。また、n 個の標本値を小さいものから順に並べて $x_{(1)}, x_{(2)}, \cdots, x_{(n)}$ とする。$x_{(n)}$ は r を用いて $x_{(n)} = \boxed{①}$ と表わされる。

順序統計量の範囲の分布の確率密度関数 $g(r)$ は、

$$g(r) = \boxed{②} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{x_{(1)}}^{\boxed{①}} f(x)dx \right\}^{\boxed{③}} f(x_{(1)}) f(\boxed{①}) dx_{(1)}$$ であるから、

これに $f(x) = 1 (0 \le x \le 1)$ を代入すると、$g(r) = \boxed{④}$ $(0 \le r \le 1)$ となる。

従って、最小の点から最大の点までの長さの期待値は、$\int_0^1 rg(r)dr = \boxed{⑤}$ となる。

（７）ある保険会社の自動車保険（免責金額０）において、１契約につき１年間のクレーム件数は、パラメータ２のポアソン分布に従い、クレーム額は平均１０万円の指数分布に従うことがわかっている。今、免責金額１０万円を設定したとき、ある契約において１年間のクレーム件数が０となる確率を求める。

免責金額１０万円より免責となる事故の確率は、$q =$ ［ ① ］

年間の事故件数の確率変数をN、事故件数$N=n$のうち保険金が支払われる事故件数の確率変数をMとする。

このとき、保険金が支払われる事故件数$M=m$となる確率は、m,n,qを使って

$P(M=m|N=n)=$ ［ ② ］ と表現できる。

従って、免責金額１０万円を設定したときの保険金が支払われる事故件数がmとなる確率は、

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(M=m|N=n)P(N=n)=\sum_{n=1}^{\infty} \boxed{\quad ③ \quad}$$

よって、保険金が支払われる件数が０である確率は、

$$\boxed{\quad ④ \quad} + \sum_{n=1}^{\infty} P(M=0|N=n)P(N=n)=\boxed{\quad ⑤ \quad}$$

（８）Ａ，Ｂ，Ｃの３名と１個の球がある。サイコロを投げて、１，２の目がでたら、Ａ，Ｂの間で球をやりとり（Ａが球を持っていたらＢに渡す。Ｂが球を持っていたらＡに渡す。Ｃが球を持っていたら何も交換は行われない。）し、３，４，５，６の目がでたら、Ａ，Ｃの間で球をやりとりする。

最初はＡが球を持っているものとする。n回目にサイコロを投げた直後にＡが球を持っている確率をp_n，Ｂが球を持っている確率をq_n，Ｃが球を持っている確率をr_nとするとき以下の問いに答えよ。

（ア）p_{n+1}をq_n，r_nで表わせ。

$p_{n+1}=$ ［ ① ］

（イ）q_{n+1}をp_n，q_nで表わせ。

$q_{n+1}=$ ［ ② ］

（ウ）q_nを消去して、p_{n+2}をp_nで表わすと

$p_{n+2}=$ ［ ③ ］

$$p_{n+2}-\boxed{\quad ④ \quad}=\frac{1}{3}\left(p_n-\boxed{\quad ④ \quad}\right)$$

これを解いて、

$p_n=$ ［ ⑤ ］

問題3．次の（1）から（6）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。(32点)

（1）利率i、満期までの期間n年、満期時に支払う金額1の定期積金(注)において、毎期始に支払う積立充当金を$P_{\overline{n|}}$とする。このとき、$-\dfrac{1}{P_{\overline{n|}}}\times\dfrac{dP_{\overline{n|}}}{di}$で定義される積立充当金$P_{\overline{n|}}$の金利感応度を求めると

$$-\frac{1}{P_{\overline{n|}}}\times\frac{dP_{\overline{n|}}}{di}=v\times\left(\boxed{①}-\frac{\boxed{②}}{\boxed{③}}\right)$$ となる。

また、$i=2.0\%$、$n=3$である場合の積立充当金$P_{\overline{n|}}$の金利感応度は$\boxed{④}$（小数第3位四捨五入）

となる。ただし、空欄①～③には適切な1つの記号を記入すること。1つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$、$D_x^{aa}$等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x\times\mu_{x+t}$、$\sum_{t=0}^{\infty}v^t{}_{t|}q_x$、$N_x-N_{x+1}$ 等は不可とする。

（注）定期積金とは、一定年数後に一定の目標額を得ようとして、利率のみを考慮して等額ずつ積み立てるものをいう。

（2）次の等式が成り立つように、次の空欄①～④に適切な1つの記号を記入すること。1つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$、$D_x^{aa}$等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x\times\mu_{x+t}$、$\sum_{t=0}^{\infty}v^t{}_{t|}q_x$、$N_x-N_{x+1}$ 等は不可とする。

$$1-\frac{\left(P_{x:\overline{n|}}-{}_nP_x\right)\times\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{v^n\times{}_np_x}=1-\frac{\boxed{①}-\boxed{②}}{A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}}$$

$$=\frac{\boxed{②}-\boxed{③}}{A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}}$$

$$=\boxed{④}$$

（3）x 歳加入、保険期間 n 年で、保険期間中に死亡すれば、その時から保険期間満了時まで年金年額 1 の確定年金を連続支払いする契約の一時払純保険料を考える。ただし、死力は年齢に関係なく一定で μ、利力は死亡前が δ、死亡後が $\delta+\mu$ とする。

求める一時払純保険料を A とおくと、$A=\int_0^n \boxed{\text{①}}\times\mu\times\boxed{\text{②}}\,dt$ … (※)

ここで、$\boxed{\text{②}}=\dfrac{1}{\boxed{\text{③}}}\times\left(1-\dfrac{\boxed{\text{④}}}{\boxed{\text{①}}}\right)$ であるから、これを（※）に代入して

$$A=\int_0^n \frac{\boxed{\text{①}}-\boxed{\text{④}}}{\boxed{\text{③}}}\times\mu\,dt=\frac{\boxed{\text{⑤}}-\boxed{\text{④}}\times\boxed{\text{⑥}}}{\boxed{\text{③}}}$$ となることがわかる。

ただし、空欄①、③、④、⑥は δ、μ、n、t 以外の記号を用いない算式を記入し、空欄②、⑤は次の（ア）から（タ）の選択肢の中から最も適切なものを 1 つ選んで記入すること。なお、e は数値であることに注意すること。

【空欄②、⑤の選択肢】

（ア）$\bar{a}^{(\delta)}_{\overline{n}|}$　（イ）$\bar{a}^{(\delta)}_{\overline{n-t}|}$　（ウ）${}_{t|}\bar{a}^{(\delta)}_{\overline{n}|}$　（エ）${}_{t|}\bar{a}^{(\delta)}_{\overline{n-t}|}$　（オ）$\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{\overline{n}|}$　（カ）$\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{\overline{n-t}|}$

（キ）${}_{t|}\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{\overline{n}|}$　（ク）${}_{t|}\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{\overline{n-t}|}$　（ケ）$\bar{A}^{1\,(\delta)}_{x:\overline{n}|}$　（コ）$\bar{A}^{1\,(\delta)}_{x:\overline{n-t}|}$　（サ）$\bar{A}^{1\,(\delta+\mu)}_{x:\overline{n}|}$　（シ）$\bar{A}^{1\,(\delta+\mu)}_{x:\overline{n-t}|}$

（ス）$\bar{a}^{(\delta)}_{x:\overline{n}|}$　（セ）$\bar{a}^{(\delta)}_{x:\overline{n-t}|}$　（ソ）$\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{x:\overline{n}|}$　（タ）$\bar{a}^{(\delta+\mu)}_{x:\overline{n-t}|}$

（注）（ア）から（タ）の記号の右肩の（ ）内は計算に使用している利力を表すものとする。

（4）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込で、保険期間内で死亡した場合にはそれ以降保険料を払込まず保険期間終了時点（保険期間 n 年経過後）に死亡保険金額 1 を支払い、保険期間終了時点で生存している場合にはその時点で満期保険金額 1 を支払う保険契約がある。この保険契約の第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_tV_x^*$ とした場合、下記の等式が成り立つ。

$${}_tV_x^*=\boxed{\text{①}}\times{}_tV_{x:\overline{n}|}+\boxed{\text{②}}\times{}_tV_{\overline{n}|}$$

このとき、空欄①～②について、次の（ア）から（ソ）の選択肢の中から最も適切なものを 1 つ選んで記入すること。

（ア）v^t　（イ）v^n　（ウ）v^{n-t}　（エ）(v^t-v^n)　（オ）(v^n-v^t)
（カ）(v^t-v^{n-t})　（キ）$(v^{n-t}-v^t)$　（ク）(v^n-v^{n-t})　（ケ）$(v^{n-t}-v^n)$　（コ）$(1-v^t)$
（サ）$(1-v^n)$　（シ）$(1-v^{n-t})$　（ス）(v^t-1)　（セ）(v^n-1)　（ソ）$(v^{n-t}-1)$

（5） x 歳の者が次の給付を行う保険に加入する場合を考える。

【給付内容】

・加入時から生存する限り毎年度末に年額1の年金を支払う。

・被保険者が死亡した場合には、既払年金総額が払込営業保険料を下回るときに限り、その差額（＝払込営業保険料－既払年金総額）をその年度末に支払う。

保険料は一時払いで、付加保険料は営業保険料の5%とした場合の一時払営業保険料 A を以下の手順で求める。

まず、B を A を超えない最大の整数とすると、A は $A=B+\varepsilon$ $(0\leq\varepsilon<1)$ と表わすことができる。

このとき、ε を表わす式は次の（ア）から（ク）のうちの $\boxed{}$ である。

次に、$B=1,2,\cdots$ と整数値を順次代入して ε を計算し、$0\leq\varepsilon<1$ となる B と、その ε の値の合計が求める一時払営業保険料 A である。

（ア）$$\frac{a_x+B\times A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}}$$

（イ）$$\frac{a_x+(B+1)\times A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}}$$

（ウ）$$\frac{a_x+B\times A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}}$$

（エ）$$\frac{a_x+(B+1)\times A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B|}}}$$

（オ）$$\frac{a_x+B\times A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}}$$

（カ）$$\frac{a_x+(B+1)\times A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}}$$

（キ）$$\frac{a_x+B\times A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}}$$

（ク）$$\frac{a_x+(B+1)\times A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-(IA)^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}-0.95\times B}{0.95-A^{\ 1}_{x:\overline{B+1|}}}$$

（6） x 歳の就業者が、保険期間終身の次の２種類（保険１、保険２）の就業不能保険に加入する場合の一時払純保険料を、それぞれ A_x^1 、A_x^2 とする。いま、$A_x^1 = A_x^2$ 、$A_{x+1}^1 = A_{x+1}^2$ 、$p_x^{aa} = 1-5\alpha$ 、$q_x^{aa} = 4\alpha$ 、予定利率 $i = 2.5\%$ であるとき、α の値を求めることを考える。

ただし、就業不能でない者は就業者であることとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

	給　付　内　容
保険１	・被保険者が就業不能にならず死亡したときは、その年度末に保険金額 10 を支払って契約は消滅する。 ・被保険者が就業不能になったときは、その年度末に被保険者の生死にかかわらず保険金額 10 を支払って契約は消滅する。
保険２	・被保険者が就業者である間は、毎年度始に年金年額 1 を支払う。 ・被保険者が就業不能になったときは、その年度末に被保険者の生死にかかわらず保険金額 5 を支払って契約は消滅する。

$A_x^1 = A_x^2$ であるから、

$$\sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \times 10 \times (\boxed{\text{①}} + \boxed{\text{②}}) = \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \times \left(\frac{\boxed{\text{④}}}{\boxed{\text{③}}} + 5 \times \boxed{\text{②}} \right) \quad \cdots (※)$$

となる。また、$A_{x+1}^1 = A_{x+1}^2$ であるから、$\boxed{\text{③}} \times A_{x+1}^1 = \boxed{\text{③}} \times A_{x+1}^2$ であり、ここからも上記（※）と類似の等式が導かれる。この類似の等式を活用して（※）を整理し、$p_x^{aa} = 1-5\alpha$ 、$q_x^{aa} = 4\alpha$ を反映させれば、$\boxed{\text{③}} \times \boxed{\text{⑤}} \times \alpha = 1$ となる。

よって、$\alpha = \boxed{\text{⑥}}$ （小数第５位四捨五入） が求まる。

ただし、空欄①～④には適切な１つの記号を記入すること。１つの記号とは、q_{x+t} 、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$ 、D_x^{aa} 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$ 、${}_tp_x \times \mu_{x+t}$ 、$\sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_{t|}q_x$ 、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。

なお、必要であれば、u(0.005)=2.576, u(0.01)=2.326 ,u(0.025)=1.960, u(0.05)=1.645 及び以下の数表を用いよ。

$\chi_{\phi}^{2}(\varepsilon)$ を ε より読む表

ϕ \ ε	0.995	0.990	0.975	0.950	0.050	0.025	0.010	0.005
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.17	14.07	16.01	18.48	20.3
8	1.344	1.646	2.18	2.73	15.51	17.53	20.1	22.0
9	1.735	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.5	23.2	25.2

$t_{\phi}(\varepsilon)$ を ε より読む表（上側確率）

ϕ \ ε	0.050	0.025	0.010	0.005
5	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.725	2.086	2.528	2.845

平成 23 年 10 月 4 日

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題１

（１）		（２）		（３）	（４）	（５）	（６）	（７）
①	②	①	②					
（カ）	（コ）	（イ）	（オ）	（ア）、（ウ）	（ア）	（イ）	（イ）	（オ）

問題２

（１）	① $3(1-y)^2$	② $\frac{13}{27}$	③ $\frac{11}{233}$	
（２）	① $\frac{e^{-r}r^t}{t!}$	② $\frac{e^{-rp}\cdot(rp)^x}{x!}$	③ $\frac{e^{-rp^n}\cdot(rp^n)^x}{x!}$	④ $\frac{r}{1-p}$
（３）	① $-\log(1-pt)$	② $\lambda(-a\log(1-pt)-1)$		
	③ $(1-pt)^{-\lambda a}$	④ λa	⑤ $1-p$	
（４）	① 22.78	② 25.64	③ 0.92	
	④ 6.46	⑤ −1.43	⑥ 0.89	
（５）	① （エ）	② 2,050	③ 160.73	④ 1,905
（６）	① $r+x_{(1)}$	② $n(n-1)$	③ $n-2$	
	④ $n(n-1)r^{n-2}(1-r)$	⑤ $\frac{n-1}{n+1}$		

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題２

（7）	① $1-e^{-1}$	② ${}_nC_m(1-q)^m q^{n-m}$	
	③ ${}_nC_m(1-q)^m q^{n-m}\cdot e^{-2}\cdot\dfrac{2^n}{n!}$		
	④ e^{-2}	⑤ $e^{-\frac{2}{e}}$	
（8）	① $\dfrac{1}{3}q_n+\dfrac{2}{3}r_n$	② $\dfrac{1}{3}p_n+\dfrac{2}{3}q_n$	③ $\dfrac{1}{3}p_n+\dfrac{2}{9}$
	④ $\dfrac{1}{3}$	⑤ $\dfrac{1}{3}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{6}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^n+\dfrac{2+\sqrt{3}}{6}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$	

問題２（８）⑤の解答は

$\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}}$　（nが偶数のとき）、　$\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}$　（nが奇数のとき）　でも良い。

平成 23 年 10 月 4 日

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題３

（1）	① n	② $(Ia)_{\overline{n-1\rvert}}$	③ $\ddot{a}_{\overline{n\rvert}}$	④ 1.97
（2）	① $A_{x:\overline{n\rvert}}$	② A_x	③ $A^{1}_{x:\overline{n\rvert}}$	④ A_{x+n}
（3）	① $e^{-(\delta+\mu)t}$	②（カ）	③ $\delta+\mu$	
	④ $e^{-(\delta+\mu)n}$	⑤（ケ）	⑥ $n\mu$	
（4）	①（イ）	②（サ）		
（5）	（ク）			
（6）	① d^{aa}_{x+t} （ ${}_{t\rvert}q^{aa}_{x}$ ）	② i_{x+t} （ ${}_{t\rvert}q^{(i)}_{x}$ ）	③ v	
	④ l^{aa}_{x+t} （ ${}_{t}p^{aa}_{x}$ ）	⑤ 45	⑥ 0.0228	

問題３（６）①、②、④は、（　）内の組み合わせでも良い。